|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | | **Тема** | **Цели** | | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 14.01.22 | **Основы теории вероятностей и математической статистики.** | Дидактическая | Ознакомить студентов с основами теории вероятностей и математической статистики. | 1) Ознакомить студентов с основами теории вероятностей и математической статистики. | 1. Что такое случайная величина?  2. Когда мы имеем закон распределения случайной величины?  3. Назовите числовые характеристики случайной величины. | **Изучить конспект, ответить на контрольные вопросы** |
| Группа | ТМ101 | Развивающая | Развивать логическое мышление и память. |
| Пара | III | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 6 |

**14.01**

**Основы теории вероятностей и математической статистики.**

1) **Определение случайной величины.**

**Под случайной величиной**, связанной с некоторым опытом, понимается всякая величина, которая при осуществлении этого опыта принимает то или иное числовое значение. Например, в опыте с подбрасыванием игральной кости нас интересовало число выпавших очков, т.е величина, которая в зависимости от случая принимает одно из следующих значений: 1, 2, 3, 4, 5, 6.Примерами случайных величин могут служить, например:

а) количество ДТП в течение суток,

б) количество дождей в сезон,

в) количество бракованных изделий в партии

и т.д.

Все эти случайные величины принимают изолированные друг от друга значения. Такие значения называют дискретными (раздельными).

2) Для полной характеристики случайной величины необходимо знать значения случайной величины и вероятности, с которыми случайная величина принимает эти значения.

Будем обозначать случайную величину Х, её значения , , ...,

а вероятности, с которыми эти значения принимаются буквами , , ..., Если все это известно, то имеем **закон распределения случайной величины**, который удобно записать в виде таблицы

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | ... |  |
|  |  |  | ... |  |

В первой строке таблицы записываются все значения случайной величины, которые она принимает, а во второй - соответствующие этим

значениям вероятности. **Причем, сумма всех чисел второй строки должна равняться 1.**

**Пример 1. Составить таблицу закона распределения случайной величины X - числа очков, появившихся при бросании игрального кубика.**

**Решение:** на гранях имеем 6 чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Все они могут выпасть с равной вероятностью, т.е. с вероятностью . Получаем таблицу

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Р |  |  |  |  |  |  |

**Пример 2.** **Проверить, является ли таблица законом распределения случайной величины.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 5 | 8 |
| Р |  |  |  |

**Решение:** найдем сумму чисел во второй строке. Если эта сумма равна 1, то имеем закон распределения, если нет, то это просто какая-то таблица. Проверяем:   
 + + = = ≠ 1.

Значит имеем какую-то таблицу, но не закон распределения случайной величины.

**Пример 3. Дополнить таблицу закона распределения случайной величины.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | -6 | 0 | 3 |
| Р |  |  |  |

**Решение:** в первой строке могут находиться любые числа, сумма чисел второй строки должна равняться 1. Отсюда найдем неизвестную .

= 1 - - = = .

Имеем закон распределения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | -6 | 0 | 3 |
| Р |  |  |  |

3) Для характеристики значений случайной величины используются мода, медиана и среднее, которые являются мерой центральной тенденции числовых значений выборки.

**Мода** (обозначают ) - это значение случайной величины, которое повторяется чаще других, т.е. с большей вероятностью. Если таких значений несколько, то столько же будет и результатов моды.

**Медиана** (обозначают ) - это число расположенное в середине выборки, записанной в порядке возрастания. Если таких чисел два, то медиана равна среднему арифметическому этих чисел.

**Среднее** - это среднее арифметическое всех числовых значений выборки (обозначают ).

**Пример 4. Найти моду, медиану и среднее выборки 3, -2, 1, 0, 2, -1.**

**Решение:** расположим числа в порядке возрастания

-2, -1, 0, 1, 2, 3.

Моды нет, так как все числа повторяются с равной вероятностью.

= (0+1):2= 0,5 (зачеркивая мысленно по одному элементу слева и справа, получили в середине два элемента 0 и 1, находим их среднее арифметическое).

= (-2+(-1)+0+1+2+3):6=3:6=0,5 (можно записать обыкновенной дробью ).

4) Не каждую выборку случайной величины имеет смысл оценивать при помощи моды, медианы, среднего и математического ожидания. Иногда применяют понятие размаха.

**Размах (обозначается R)-** это разность наибольшего и наименьшего значений случайной величины в её выборке. Размах показывает как велик разброс значений случайной величины в её выборке.

**Например:** в выборке 20, 10, 200, 350 размах равен R = 350-10 = 340.

**Пример 5. Найти размах выборки 15, -7, 13, -6, 8, 2, 1, -8, -2.**

**Решение:** Самое большое значение выборки 15, а самое маленькое -8. Найдем размах:

R = 15 - (-8) = 15 + 8 = 23.

Ответ: R = 23.

Размах не показывает насколько значения выборки отличаются от среднего (оптимального) значения.

5) **Отклонением от среднего** называют разность между рассматриваем значением и средним значением выборки.

**Например,** если первое значение выборки случайной величины = 30, а значение среднего = 28, то отклонение от среднего будет равно - = 30 - 28 = 2.

Отклонение может быть положительным и отрицательным, сумма отклонений всех значений выборки от среднего должна быть равна нулю.

6) Характеристикой стабильности значений выборки случайной величины может служить сумма квадратов отклонений от среднего. Но ещё лучше **дисперсия ( обозначается D)** - среднее арифметическое квадратов отклонения. Дисперсия находится по формуле

**(1) D = , где N - количество значений в выборке.**

Дисперсия измеряется в квадратах значений величин выборки.

**Пример 6. Найти дисперсию выборки 10см, 12см, 7см, 11см.**

**Решение:** сначала найдем среднее значение = = = 10см.

Теперь применим формулу (1):

**D = = = = 3,5 см².**

**Ответ: 3,5см².**

Дисперсию можно использовать для сравнения стабильности результатов разных выборок. Чем меньше дисперсия, тем стабильнее значения выборки.

7) Если при сравнении стабильности значений выборки случайной величины, мы хотим иметь дело с теми же измерениями, то можно использовать значение квадратного корня из дисперсии . Это значение - среднее **квадратичное отклонение (обозначается σ (сигма)).**